De la microéconomie irrationnelle : Analyse de l'équilibre du consommateur dans les cas où le revenu disponible du consommateur dépasse la quantité de biens consommés

LAKHYAR ZOUHAIR
Professeur de l'enseignement supérieur à l'Université Hassan II

MOUTTAKI HLAL
Professeur de l'enseignement supérieur à l'Université Hassan II

Généralement on tente d'analyser le comportement du consommateur dans le cadre d'un équilibre rationnel, autrement dit, on considère toujours que le consommateur consomme juste son revenu et l'épuise en totalité pour l'acquisition de ses biens de consommation et de fait on base toute notre analyse sur l'équation suivante qui suppose la consommation de deux biens :

$$Maximiser\ U(x,y)\ sous\ la\ contrainte\ R = xP_1 + yP_2$$

Sur la base de cette équation, le consommateur est considéré comme étant un consommateur rationnel, c'est-à-dire qui utilise toutes ses ressources pour la consommation en vue de maximiser son utilité.

Mais au niveau de ce papier, on tentera de traiter un cas plus légions qui concerne des consommateurs qui sont très répandus à nos jours et qui sont obligés d'essayer de maximiser leurs utilités tout en consommant une quantité de biens sans pour autant dépasser leur revenus.

1 : Exposition du problème d'un consommateur n'épuisant pas la totalité de son revenu:

Sous la même hypothèse de consommation de deux biens uniquement produits x et y, on se place dans le cas d'un individu qui veut maximiser sa fonction d'utilité avec une contrainte d'un revenu qui est supérieur à sa consommation.

Ainsi, mathématiquement le problème se pose de cette façon :

$$Maximiser\ U(x,y)\ sous\ la\ contrainte\ R > xP_1 + yP_2$$

$P_1\ et\ P_2$ sont les prix respectifs des biens $x\ et\ y$.

On se place dans le cas d'un individu qui veut maximiser sa fonction d'utilité avec une contrainte d'un revenu qui est supérieur à sa consommation, on suppose qu'il ne consomme que deux produits x et y.

2 : développement mathématique du problème de maximisation

Mathématiquement le problème se pose de cette façon :

$$Maximiser\ U(x,y)\ sous\ la\ contrainte\ R > xP_1 + yP_2$$

$P_1\ et\ P_2$ sont les prix respectifs des biens $x\ et\ y$.

Puisque $R - xP_1 - yP_2 > 0$, donc il existe un réel non nul z tel que

$z^2 = R - xP_1 - yP_2$

En utilisant la fonction de Lagrange on obtient :

$$L(x,y,\lambda,z) = U(x,y) + \lambda\left(z^2 - R + xP_1 + yP_2\right)$$

Les conditions du premier ordre ou nécessaires :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = 0\ (1) \\ \frac{\partial L}{\partial y} = 0\ (2) \\ \frac{\partial L}{\partial z} = 0\ \ (3) \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0\ (4) \end{cases}$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} + \lambda P_1 = 0\ (1) \\ \frac{\partial U}{\partial y} + \lambda P_2 = 0\ (2) \\ 2\lambda z = 0\ \ (3) \\ z^2 - R + xP_1 + yP_2 = 0\ (4) \end{cases}$$

D'après l'équation (3) on aura $\lambda = 0$ car z est non nul ; par conséquent on aura : $\dfrac{\partial U}{\partial x} = \dfrac{\partial U}{\partial y} =$

Les conditions du second ordre ou suffisantes :

$$\Delta HL(x,y,z,\lambda) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial z \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial y} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial z} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} \end{vmatrix}$$

D'où :

$$\Delta HL(x,y,z,\lambda) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & 0 & -P_1 \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} & 0 & -P_2 \\ 0 & 0 & 0 & 2z \\ -P_1 & -P_2 & 2z & 0 \end{vmatrix} = -2z \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & 0 \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} & 0 \\ -P_1 & -P_2 & 2z \end{vmatrix} = -4z^2 \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \end{vmatrix}$$

Or pour maximiser la fonction d'utilité sous la contrainte il faut que la matrice lagrangienne ait un déterminant strictement positif ; c'est-à-dire $\Delta HL(x,y,z,\lambda) > 0$ ce qui donne d'après le développement précédent que :

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \end{vmatrix} < 0$$

Ce qui est absurde car ceci correspond à un col et non pas à un maximum.

Conclusion :

D'après ce développement mathématique, on a pu relever un résultat qui ne correspond pas à la réalité car on a traité une contrainte qui stipule que le consommateur essaie d'épargner après la consommation des deux biens ($R > xP_1 + yP_2$).

Il est logique qu'un consommateur épargne une petite somme après consommation, mais ne pas pouvoir résoudre le problème de maximisation sous contrainte veut dire que la théorie de consommation considère l'épargne comme étant un bien parmi les autres biens et il est intégré dans l'équation mathématique $R = xP_1 + yP_2$).

De ce fait, nous proposons de ne plus considérer l'égalité entre le revenu et les biens consommés et pondérés par leurs prix, comme étant une hypothèse d'analyse mais il serait préférable de la considérer comme étant une réalité à ne pas surmonter.