De la microéconomie irrationnelle : Analyse de l'équilibre du consommateur dans les cas où la consommation des biens dépasse le revenu disponible

LAKHYAR ZOUHAIR
Professeur de l'enseignement supérieur à l'Université Hassan II

MOUTTAKI HLAL
Professeur de l'enseignement supérieur à l'Université Hassan II

Généralement on tente d'analyser le comportement du consommateur dans le cadre d'un équilibre rationnel, autrement on considère toujours que le consommateur consomme juste son revenu et l'épuise en totalité pour l'acquisition de ses biens de consommation et de fait on base toute notre analyse sur l'équation suivante qui suppose la consommation de deux biens :

$$Maximiser\ U(x,y)\ sous\ la\ contrainte\ R = xP_1 + yP_2$$

Sur la base de cette équation, le consommateur est considéré comme étant un consommateur rationnel, c'est-à-dire qui utilise toutes ses ressources pour la consommation en vue de maximiser son utilité.

Mais au niveau de ce papier, on tentera de traiter un cas plus légions qui concerne des consommateurs qui sont très répandus à nos jours et qui sont obligés d'essayer de maximiser leurs utilités tout en dépassant leur revenus.

1 : Exposition du problème d'un consommateur dépassant son revenu:

Sous la même hypothèse de consommation de deux biens uniquement produits x et y, on se place dans le cas d'un individu qui veut maximiser sa fonction d'utilité avec une contrainte d'un revenu qui est inférieur à sa consommation.

Ainsi, mathématiquement le problème se pose de cette façon :

$$Maximiser\ U(x,y)\ sous\ la\ contrainte\ R < xP_1 + yP_2$$

$P_1\ et\ P_2$ sont les prix respectifs des biens $x\ et\ y$.

2 : développement mathématique du problème de maximisation

De cette inéquation on peut tirer la forme suivante :

$$0 < xP_1 + yP_2 - R,$$

Ceci implique qu'il existe un réel non nul z tel que :

$$z^2 = xP_1 + yP_2 - R$$

En utilisant la fonction de Lagrange on obtient :

$$L(x,y,\lambda,z) = U(x,y) + \lambda(z^2 - xP_1 - yP_2 + R)$$

Les conditions du premier ordre ou nécessaires :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = 0\ (1) \\ \frac{\partial L}{\partial y} = 0\ (2) \\ \frac{\partial L}{\partial z} = 0\ \ (3) \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0\ (4) \end{cases}$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} - \lambda P_1 = 0\ (1) \\ \frac{\partial U}{\partial y} - \lambda P_2 = 0\ (2) \\ \frac{\partial U}{\partial z} - 2\lambda z = 0\ \ (3) \\ \frac{\partial U}{\partial \lambda} z^2 - xP_1 - yP_2 + R = 0\ (4) \end{cases}$$

D'après l'équation (3) on aura $\lambda = 0$ car z est non nul ; par conséquent on aura :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial z}$$

Les conditions du second ordre ou suffisantes peuvent être formulées de la manière suivante:

$$\Delta HL(x,y,z,\lambda) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial z \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial y} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial z} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} \end{vmatrix}$$

D’où :

$$\Delta HL(x,y,z,\lambda) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & 0 & -P_1 \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} & 0 & -P_2 \\ 0 & 0 & 0 & 2z \\ -P_1 & -P_2 & 2z & 0 \end{vmatrix} = -2z \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & 0 \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} & 0 \\ -P_1 & -P_2 & 2z \end{vmatrix} = -4z^2 \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \end{vmatrix}$$

Or pour maximiser la fonction d’utilité sous la contrainte il faut que la matrice lagrangienne ait un déterminant strictement positif ; c'est-à-dire

$$\Delta HL(x,y,z,\lambda) > 0$$

Ce qui donne, d’après le développement précédent que :

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \end{vmatrix} < 0$$

Ce qui est absurde car ceci correspond à un col et non pas à un maximum.

Conclusion

D’après ce développement mathématique, on a pu relever un résultat qui ne correspond pas à la réalité car on a traité une contrainte irréaliste ($R < xP_1 + yP_2$).

Delà on peut dire qu’un consommateur même s’il arrive à dépasser son revenu en consommant davantage de biens, il n’arrivera jamais à maximiser sa satisfaction car il sera obligé de rembourser le dépassement qui a réalisé pendant les périodes à venir

De ce fait, nous proposons de ne plus considérer l’égalité entre le revenu et les biens consommés pondérés par leurs prix, comme étant une hypothèse d’analyse mais il serait préférable de la considérer comme étant une réalité à ne pas surmonter.

.