

اطلالات على نظرية فيثاغورس

أوهاج بادنين عمر

ماجستير تمويل ومحاسبة

يُمكن إثبات نظرية فيثاغورس¹ هندسياً كما يأتي:

بافتراض أن هناك مربعاً تقع النقاط (د، هـ، و، ي) على أضلعه الأربعة، بحيث تقسم كل نقطة منها الضلع إلى قسمين طول أحدهما هو: أ، والقسم الثاني هو: ب، ثم تم الوصل بين هذه النقاط بخطوط مستقيمة ليتكوّن مربع داخلي طول ضلعه هو (ج)، وأربعة مثلثات داخلية قائمة الزاوية وترها هو (ج)، وطول ضلعيهما الآخرين هما: (أ، ب)، لينتج أن طول الضلع للمربع الخارجي هو (أ + ب). التعبير عن مساحة المربع الخارجي بالقيمة: $(أ + ب)^2$ ، وهي تساوي مساحة المثلثات الأربعة الداخلية:

$$٤ \times \left(\frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}\right) = ٤ \div ٢ \times أ \times ب = ٢ أ ب$$

إضافةً إلى مساحة المربع الداخلي: ج²، وبالتالي ينتج أن مساحة المربع الخارجي بالرموز هي:

$$٢(أ + ب) = ٢ أ ب + ج^2$$

وبفك التربيع ينتج:

$$٢ أ^2 + ٢ أ ب + ٢ ب^2 = ٢ أ ب + ج^2$$

ثم بترتيب طرفي المعادلة ينتج أن:

$$٢ أ^2 + ٢ ب^2 = ٢ أ ب + ج^2 - ٢ أ ب$$

ثم باختصار الحدود ينتج أن:

$$٢ أ^2 + ٢ ب^2 = ج^2$$

وبما أن ج هو الوتر، ينتج أن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين وهذا ما نصّت عليه نظرية فيثاغورس.

مثال: ما هو قطر مربع مساحته ١ سم²؟

الحل:

¹ موقع موضوع.كوم

قطر المربع يقسمه إلى مثلثين متطابقين وقائمي الزاوية، كما أن:
 أطوال أضلاع المربع = أطوال أضلاع المثلث قائم الزاوية = ١ سم.
 بتعويض قيمة أطوال الأضلاع في معادلة فيثاغورس، ينتج أن:

$$2^2 = 2^2 + 2^2$$

$$2^2 = 1^2 + 1^2$$

$$2 = 2^2 \text{ وبالتالي}$$

وبأخذ الجذر التربيعي للطرفين ينتج أن:

$$ج = ١.٤١٤$$

ومنه طول الوتر = طول قطر المربع = ١.٤١٤ سم

كما يتم إثبات النظرية بالطريقة أدناه.

– مثال على حساب أضلاع مثلث قائم بطريقة عشوائية:

القاعدة = ٢ شبر

الارتفاع = ٢.٦٦٦٦٦ شبر

الوتر = ٣.٣٣٣٣٣٣ شبر

الوسطى = (٣ ÷ ١) من الشبر

تحويل الشبر إلى وسطى:

القاعدة = ٢ شبر ÷ (٣ ÷ ١) = ٦ وسطى

الارتفاع = ٢.٦٦٦٦٦ شبر ÷ (٣ ÷ ١) = ٨ وسطى

الوتر = ٣.٣٣٣٣٣٣ شبر ÷ (٣ ÷ ١) = ١٠ وسطى

تطبيق نظرية فيثاغورس:

$$2^2(\text{الوتر}) = 2^2(\text{الضلع الأول}) + 2^2(\text{الضلع الثاني})$$

$$2^2(١٠) = 2^2(٦) + 2^2(٨)$$

وكذلك:

$$2^2(\text{الوتر}) = 2^2(\text{الضلع الأول}) + 2^2(\text{الضلع الثاني})$$

$$2^{\circ}(2.66666) + 2^{\circ}(2) = 2^{\circ}(3.3333333)$$

$$7.1111111 + 4 = 11.1111111$$

ويمكن إيجاد مثلث قائم الزاوية:

$$\text{الوتر} = (3 + (3 \div 1)) \times \text{وحدة القياس}$$

$$\text{القاعدة} = (2) \times \text{وحدة القياس}$$

$$\text{الارتفاع} = (2 + (3 \div 2)) \times \text{وحدة القياس}$$

$$1.4 = ((\text{مجموع الضلع الأول والثاني}) \div \text{الوتر})$$